

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ПРИМЕНЕНИИ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЯХ

В статье рассматривается проект освоения и изучения местности. Описывается использование аэрокосмических данных. Классификация изучаемых площадей приводит к построению стохастической модели проекта. Построение альтернативных решений реализации проекта методами полного перебора не эффективно, поэтому предлагаются рекурсивные вычисления.

**Ключевые слова:** «разрешающие» работы, динамическое программирование, стохастическая сеть, методы полного перебора, рекурсивные вычисления.

Очевидно, что при поиске полезных ископаемых необходимо предварительно собрать определенную геологоразведочную информацию. В данной статье рассматривается проект по эксплуатации и изучению местности, включающий использование аэрокосмической информации (АКИ) [2]. Важным информационным примером является распределение линеаментов на поверхности Земли. Наличие природного ресурса в недрах Земли АКИ устанавливает с некоторой вероятностью. Поэтому на практике для выявления природных ресурсов АКИ всегда сочетается с материалами наземных исследований [3]. При помощи АКИ с определенной уверенностью можно классифицировать площади на Земле по объему природного ресурса. Однако лишь наземные исследования могут доказать справедливость такой классификации. Наземные исследования, конечно, целесообразно начинать на площади, где АКИ предполагает наличие большего количества ресурсов. Эту площадь назовем площадью первого ранга, менее перспективную – площадью второго ранга.

Основной целью проекта является выявление и освоение нефтегазовых месторождений, а также «побочная» цель, заключающаяся в корректировке геологической структуры территории на карте.

Проект включает в себя следующие работы:

- 1) определение нефтегазоносных площадей при помощи АКИ;
- 2) ранжирование площадей по их очередности;
- 3) определение ранее неизвестных структурных форм;
- 4) геофизические разведки на площадях первого ранга;

- 5) работы на участке первого ранга;
- 6) геофизические разведки на площадях второго ранга;
- 7) работы на участке второго ранга;
- 8) ввод месторождения на эксплуатацию;
- 9) нефтегазоносное районирование местности;
- 10) корректировка на карте геологического строения местности.

На рисунке 1 показана сеть «И / ИЛИ» на основе теории графов. Имеется три типа связей между вершинами: конъюнктивные, дизъюнктивные и унарные [4]. Вершины, соответствующие «разрешающим» работам, имеют дизъюнктивные связи со своими дочерними вершинами. Предположим, что работы, входящие в одну дизъюнктивную группу, являются взаимоисключающими.

Работа с номером 1 – начальная вершина (миноранта) – имеет конъюнктивную связку с работами, отмеченными через номера 2 и 3.

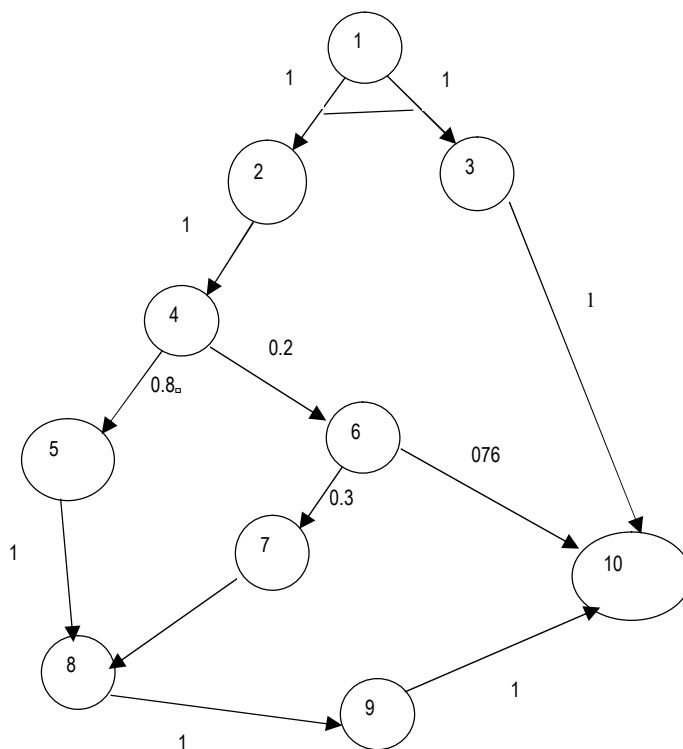


Рис. 1. Стохастическая сеть типа «работы – связи» [1]

Вероятности наступления работ конъюнктивной группы считаются равными единице. Конечная вершина называется мажорантой. Унарные связи можно считать частным случаем дизъюнктивной либо конъюнктивной связки [4]. Построенная стохастическая сеть позволяет без знания особых вычислительных алгоритмов построить все возможные альтернативные варианты проведения комплекса работ. Эти варианты описываются множествами работ:

$$X_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10\};$$

$$X_2 = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10\};$$

$$X_3 = \{1, 2, 3, 4, 6, 10\}.$$

Каждый из этих вариантов является случайным событием, а геометрически – подсетью типа «И/ИЛИ», при которой отсутствуют дизъюнктивные связи. Когда число таких исходов слишком велико, их поиск полным перебором не является пригодным, необходимо применять эффективные алгоритмы.

$p(x_i)$  – вероятности свершения,

$t(x_i)$  – продолжительность работы и стоимости реализации  $c(x_i)$ .

Имея такую априорную информацию о работах и применяя рекуррентные формулы, можно оценить вероятности свершения, продолжительности и стоимости выполнения вариантов. Каждый вариант моделируется подсетью типа «И» заданной стохастической сети. Вероятность свершения каждого альтернативного варианта оценивается как произведение вероятностей свершения работ, входящих в этот вариант.

Максимальный путь, соединяющий начало и конец вершин, оценивается как продолжительность этих вариантов, а общая сумма затрат всех работ, включенных в эти варианты, оценивается как стоимость. Стохастическую сеть обозначим через  $G = (X, A)$ . Здесь  $X$  – множество вершин,  $A$  – множество дуг стохастической сети. Множество всех исходов с минорантой в  $x_1$  с мажорантой в конечной вершине (в нашем примере  $x_k = 10$ ) обозначим  $\{G_1, G_2, \dots, G_n\}$ . Внесем параметры  $P(G_i), T(G_i), C(G_i)$  – соответственно вероятность, продолжительность и стоимость исхода  $G_i$ .

Ставятся задачи поиска оптимального плана по критерию  $P$ :

$$P(G_{i_0}) = \max_i P(G_i).$$

Динамическое программирование – это раздел математического программирования, где метод решения сложных задач реализуется путем их разбиения на более простые подзадачи. Ниже приводятся алгоритмы решения поставленных задач с применением метода динамического программирования. Как правило, чтобы решить поставленную задачу, требуется решить отдельные подзадачи, после чего объединить решения подзадач в одно общее решение. Это полезно в случаях, когда число повторяющихся подзадач экспоненциально велико. Динамическое программирование снизу включает в себя переформулирование сложной задачи в виде рекурсивной последовательности более простых подзадач. Через  $P(i)$  обозначим вероятность свершения той подсети типа «И» с начальной вершиной  $x_i$ , конечной  $x_k$  (в дальнейшем они будут обозначены через  $i, k$ , соответственно), которая имеет максимум этого показателя из всех себе альтернативных.

Следовательно, решение задач сводится на поиск  $P(1)$ . Для решения поставленных задач внесем другой параметр  $Q_i$ , который является множеством, включающим все дуги оптимального по некоторому критерию исхода с начальной вершиной  $i$ , конечной  $k$ . Таким образом,  $Q_1$  выдает структуру искомого оптимального плана.

Ниже приводятся рекуррентные формулы для решения поставленных задач. В этих формулах  $P(i)$  являются функциями от  $i$ .

**Рекуррентные формулы для решения задачи:**

а) для концевой вершины применяются формулы:

$$Q_k = \emptyset; \tag{1}$$

$$P(k) = 1; \tag{2}$$

б) если вершина  $i$  имеет дизъюнктивную связку с дочерними вершинами  $i_1, i_2, \dots, i_\sigma$ :

$$P(i) = \max_j \{p(i, i_j)P(i_j)\} \equiv p(i, i_0)P(i_0); \tag{3}$$

$$Q_i = (i, i_0) \cup Q_{i_0}; \tag{4}$$

в) если вершина  $i$  имеет конъюнктивную связку с дочерними вершинами  $i_1, i_2, \dots, i_\sigma$  :

$$Q_i = \bigcup_{j=1}^{\sigma} \{(i, i_j)\} \bigcup_{j=1}^{\sigma} Q_{i_j} ; \quad (5)$$

$$P(i) = \prod_{j=1}^{\sigma} P(i_j) . \quad (6)$$

Приведенные формулы применяются начиная от концевой и оканчивая на начальной вершине стохастической сети, но до того необходимо упорядочить вершины и получить определенную их последовательность обслуживания.

Из формул (3)–(6) видно, что если вершина  $i$  имеет дизъюнктивную связку, сначала вычисляется  $P(i)$ , затем строится множество  $Q_i$ , а в случае конъюнктивной связки – наоборот.

В результате этих вычислений получаем:

$$Q_1 = \{(1,2), (1,3), (2,4), (4,5), (5,8), (8,9), (3,10), (9,10)\};$$

$$P(1) = 0,8.$$

Для представления структуры исходов целесообразно использовать множества  $Q'_i$ , которые включают в себя все вершины соответствующего исхода, так что  $Q'_1 = \{1,2,3,4,5,8,9,10\}$ .

### Выводы

В результате включения в сетевую модель «разрешающих» работ получается стохастическая сеть. Построение альтернативных решений реализации проекта методами полного перебора не эффективно, поэтому предлагаются рекурсивные вычисления, причем чем больше альтернативных вариантов решения, тем более эффективны разработанные алгоритмы поиска оптимальных решений.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Керимов В.А., Гасымов Г.Г., Гаджиев Ф.Г. Применение метода динамического программирования для поиска оптимальных решений на стохастических сетях // Sciences of Europe. – 2018. – № 28. – С. 37–40.
2. Керимов В.А. О возможности исследования планируемого эксперимента с использованием графовой модели типа «И/ ИЛИ» // Доклады Академии Наук Азербайджана. – Баку, 2006. Вып. LXII. – № 3-4. – С. 83–87.
3. Обиралов А.И., Лимонов А.Н., Гаврилова Л.А. Фотограмметрия и дистанционное зондирование. – М.: Колосс, 2006. – 335 с.
4. Нильсон Нильс Дж. Искусственный интеллект. Методы поиска решений. – М.: Мир, 1973. – 270 с.

**Pashayeva H.T.**

assistant of the Department of General and applied mathematics

Azerbaijan State Oil and Industry University  
Azerbaijan, Baku

## SOLVING A PROBLEM ON THE APPLICATION OF DYNAMIC PROGRAMMING METHOD ON STOCHASTIC NETWORKS

The article considers the project of exploitation and study of the area. Aerospace information is also used in this case. Classification of the studied areas leads to the construction of a stochastic model of the project. Building alternative solutions for the implementation of the project by exhaustive search methods is not effective, therefore recursive calculations are proposed.

**Key words:** «resolving» works, dynamic programming, stochastic network, exhaustive search methods, recursive calculations.